

Die Zinseszins-Formel

Aufgabe

Tim hat zur Geburt ein Sparkonto von seiner Großmutter mit einer Einzahlung von 1000€ erhalten. Die Bank hat die Zinsen mit 1,5% pro Jahr festgelegt. Zu seinem 18. Geburtstag möchte Tim das Geld zur Anzahlung für sein erstes Auto verwenden. Wie viel steht ihm zur Verfügung, wenn er zwischendurch kein Geld entnommen hat?

Z: Zinsen

bekannt

K: Kapital

p: Prozentsatz

$$Z = K \cdot \frac{p}{100}$$

$$K_{\text{Ende}} = K_{\text{Anfang}} \left(1 + \frac{p}{100} \right)$$

...nur für 1 Jahr!

$$K = 1000\text{€} \quad p = 1,5$$

Vermehrter Grundwert

neu

Laufzeit n

$$n = 18 \text{ (Jahre)}$$

Kapitalwachstum

| Jahre | Kapital zu Beginn des Jahres in € | Zinsen in € | Kapital am Ende des Jahres in € | Allgemein | $Z = K \cdot \frac{p}{100}$ | $K_{Ende} = K_{Anfang} \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ |
|--|-----------------------------------|-------------|---------------------------------|---|-----------------------------|--|
| 1 | 1000 | 15 | 1015 | $K_1 = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^1$ | | |
| 2 | 1015 | 15,225 | 1030,225 | $K_2 = K_1 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$ | | |
| 3 | 1030,225 | 15,453375 | 1045,678375 | $K_3 = K_2 \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$ | | |
| <div style="text-align: center;">↓</div> 18 | | | | | | |

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

n: Anzahl der Jahre

$$K_{18} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^{18} \Rightarrow K_{18} = 1000\text{€} \cdot \left(1 + \frac{1,5}{100}\right)^{18}$$

Antwort: Tim stehen nach 18 Jahren 1307,34€ zur Verfügung.

$$\Rightarrow K_{18} = 1307,34\text{€}$$